

Mecânica Geral - 2011.1 - IF-UFF - Lista de exercícios n. 4

Ernesto Galvão
(Dated: April 20, 2011)

I. PROBLEMAS DA LISTA

1. Planeta em órbita, coord. polares. Vamos descrever a órbita de um planeta em torno do Sol usando coordenadas polares. O plano xy é o plano da órbita.

a) Mostre que o momento angular do planeta tem módulo $l = mr^2\omega$, onde $\omega = \dot{\phi}$ é a velocidade angular em torno do Sol.

b) Mostre que a taxa com que o planeta varre a área é $dA/dt = \frac{1}{2}r^2\omega$, ou seja, $dA/dt = l/2m$. Deduza a 2a Lei de Kepler.

2. Disco que rola na rampa. Considere um disco sólido de massa M e raio R , que desce uma rampa rolando sem deslizar. A rampa faz ângulo γ com a horizontal. Vamos chamar o ponto de contato entre o disco e a rampa P .

a) Faça um diagrama com as forças sobre o disco.

b) Ache a aceleração $\dot{v}$ do CM do disco, usando o resultado $\dot{\vec{L}} = \vec{\Gamma}^{ext}$ para rotações em relação a P . Dica: lembre que $L = I\omega$, com $I = \frac{3}{2}MR^2$ sendo o momento de inércia de um disco sólido para rotações sobre ponto na borda do disco. A condição de rolamento sem deslizamento é que $v = R\omega$, logo $\dot{v} = R\dot{\omega}$.

c) Encontre o mesmo resultado aplicando $\dot{\vec{L}} = \vec{\Gamma}^{ext}$ à rotação em torno do eixo do disco. Dica: neste caso você vai achar uma outra variável desconhecida, a força de atrito. Ela pode ser eliminada aplicando-se a 2a Lei ao movimento do CM. O momento de inércia do disco em relação ao seu eixo é $I = \frac{1}{2}MR^2$.

3. Massa na ponta de barbante que encurta. Imagine uma mesa com um pequeno buraco no centro. Por ele passo um barbante de baixo para cima, prendendo a ponta em uma partícula de massa m que pode se movimentar sem atrito sobre a mesa. O barbante tem massa desprezível.

Inicialmente a partícula está se movendo num círculo de raio r_0 com velocidade angular ω_0 . Eu vou puxando o barbante pelo buraco até só restar um comprimento r de barbante entre a partícula e o buraco.

a) Qual é a nova velocidade angular da partícula?

b) Assumindo que o barbante foi puxado lentamente, de maneira a que possamos aproximar a trajetória da partícula como um círculo de raio lentamente decrescente, calcule o trabalho que eu fiz ao puxar o barbante.

c) Compare sua resposta em b) acima com a quantidade de energia cinética que a partícula ganhou no processo.

4. Planeta estranho. Estou na superfície do planeta X, e observo que ele exerce uma força estranha sobre uma massa m que é para baixo, mas que tem módulo $m\gamma y^2$ onde γ é constante e y é a altura em relação à superfície horizontal.

a) Ache o trabalho feito pela força sobre uma massa que se move entre dois pontos, de $\vec{r}_1$ até $\vec{r}_2$. Mostre que essa força estranha é conservativa.

b) Suponha que eu tenha um arame curvo que parte de uma altura h e desce até o solo. Eu coloco uma conta nesse arame a uma altura h sobre a superfície. Qual será a velocidade da conta ao atingir o solo, escorregando sem atrito no arame? Durante a trajetória, quais são as forças sobre a conta, e quais delas são conservativas?

5. Bloco escorrega sobre esfera. Um pequeno bloco se equilibra sobre uma grande esfera fixa de raio R . Se dermos um pequeno empurrão no bloco ele começará a deslizar sobre a superfície da esfera, ganhando velocidade. Quanto o bloco desceu (na vertical) no instante em que ele deixa de tocar a esfera?

Dica: use conservação de energia para achar a velocidade como função da altura, depois use a 2a Lei de Newton para achar a força normal sobre o bloco. Como a força normal nos ajuda a encontrar o ponto de "decolagem" do bloco?

II. OUTROS PROBLEMAS RECOMENDADOS

Problemas do cap. 3 do Taylor: 28, 32, 34. Capítulo 4 do Taylor: 2, 9, 13, 14, 16.